

Znenie zadania:

Stanovte asymptotickú časovú a priestorovú zložitosť RAM programu pre výpočet súčtu postupnosti 1,2,...,n. (cvičenie č.2). Použite uniformné aj logaritmické (inštrukcia ADD) cenové kritérium.

Opis riešenia:

Najprv som si napísal program na výpočet súčtu postupností. Na základe jeho zdrojového kódu som počítal jednotlivé zložitosti.

Zdrojový kód:

```
load =1
store 2
store 3
read 1
load 1
jgtz OK
jmp FIN
OK: load 3
sub 1
jz FIN
load 3
add =1
store 3
add 2
store 2
jmp OK
FIN: write 2
halt
```

Výpočet uniformnej zložitosti:

- Časová zložitosť:
 $T(n) = 9n + 9 = O(n)$
- Priestorová zložitosť:
 $S(n) = 4 = O(1)$

Výpočet logaritmickkej zložitosti:

- Časová zložitosť (pre inštrukciu add 2):
- pre i -tu iteráciu cyklu:

$$\begin{aligned}
 T(i) &= l(c(0)) + t(2) = \\
 &= l(c(0)) + l(2) + l(c(2)) = && -c(2) \text{ je výsledok z predchádzajúceho cyklu,} \\
 &= l(i) + l(2) + l(1+2+..+(i-1)) = && \text{čo je vlastne algebrická postupnosť} \\
 &= l(i) + l(2) + l\left(\frac{i-1}{2}(1 + (i-1))\right) = \\
 &= l(i) + l(2) + l\left(\frac{i^2-i}{2}\right) \simeq \\
 &\simeq \log_2 i + 1 + \log_2 \frac{i^2-i}{2} + 1 \simeq && -2 \text{ je konštanta, môžeme zanedbať} \\
 &\simeq \log_2 i + \log_2 \frac{i^2-i}{2} \simeq \\
 &\simeq \log_2 \frac{i^3-i^2}{2} \simeq && -i^2 \text{ ako aj podiel 2 môžeme zanedbať} \\
 &\simeq \log_2 i^3 \simeq 3 \log_2 i \\
 T(i) &= 3 \log_2 i
 \end{aligned}$$

- pre n iterácií cyklu:

$$T(n) = \sum_{i=1}^n 3 \log_2 i =$$

$$= 3 \sum_{i=1}^n \log_2 i =$$

$$= 3 \log_2 n! \simeq$$

$$\simeq 3 \log_2 \frac{n^{n+\frac{1}{2}}}{e^n} \simeq 3 \log_2 \frac{n^n}{e^n} \simeq \log_2 \left(\frac{n}{e} \right)^n \simeq 3 \log_2 n^n \simeq n \log_2 n$$

-súčet logaritmov od 1 po n sa rovná logaritmu $n!$
(podľa vzorca $\log a + \log b = \log ab$)

- použijeme Stirlingovu aproximáciu

$$T(n) = O(n \log n)$$

- Priestorová zložitosť:

$$S(n) = l(c(2)) = l\left(\sum_{i=1}^n i\right) = l\left(\frac{n}{2}(1+n)\right) = \log_2 \frac{n^2+n}{2} = \log_2 n^2 = 2 \log_2 n$$

$$S(n) = O(\log n)$$